

Capitolo 7

Anisotropie del Fondo Cosmico di Microonde

Dispense per il corso di Cosmologia Modulo A
G.Tormen, Dipartimento di Astronomia, Università di Padova
G.Giudice, Dipartimento di Costruzione di Macchine, Università di Napoli
(19 dicembre 2002)

7.1 Introduzione

L'universo osservato si sta espandendo e raffreddando. Il fondo cosmico di microonde (Cosmic Microwave Background, CMB) è il residuo della radiazione di corpo nero (= termica) del Big Bang caldo.

Il CMB è un bagno termico di fotoni proveniente da tutte le direzioni, con $\lambda \approx 1$ mm. La loro densità è di ≈ 415 mm⁻³. Questi fotoni provengono - tipicamente - dalla superficie di ultimo scattering, al momento della ricombinazione e disaccoppiamento dell'idrogeno a $z_{LS} \approx 1000$ (LS = last scattering), e quindi hanno percorso circa il 99.9% della dimensione dell'universo, durante un tempo (assumendo per semplicità $\Omega = 1$)

$$t \propto a^{3/2} \propto (1+z)^{-3/2}$$

pari al 99.997% dell'età dell'universo. L'epoca la ricombinazione, avvenuta circa 300000 anni dopo il Big Bang, l'universo era 1000 volte più piccolo ($a \propto 1/(1+z)$) e 1000 volte più caldo ($T_r \propto (1+z)$) di oggi.

Poiché fino alla ricombinazione la radiazione era strettamente accoppiata alla materia barionica, il CMB contiene un'impronta delle fluttuazioni della materia-energia ad un'epoca in cui le fluttuazioni di densità $\delta = d\rho/\rho$ erano piccole: $\delta \ll 1$, per cui possiamo applicare la teoria lineare.

In prima approssimazione il CMB è un perfetto corpo nero, con una temperatura di

$$T_{CMB} = 2.726 \pm 0.010 \text{ K}$$

in ogni direzione del cielo. Nel 1976 venne misurato il dipolo, interpretato come effetto Doppler dovuto al moto della nostra Galassia rispetto al sistema di riferimento in cui il CMB è isotropo.

$$\left\langle \left(\frac{\delta T}{T} \right)_{dip}^2 \right\rangle^{1/2} \approx 10^{-3}.$$

Un dipolo di questa ampiezza corrisponde ad una velocità per il Gruppo Locale di galassie di $v = 627 \pm 22$ km/s.

Nel 1992 il satellite COBE misurò le anisotropie su scale angolari $\theta > 7^\circ$, con pratica fino al quadrupolo (si veda in seguito), trovando

$$\left\langle \left(\frac{\delta T}{T} \right)_Q^2 \right\rangle^{1/2} \approx 1.1 \times 10^{-5}.$$

7.2 Spettro di potenza del CMB

Come seni e coseni si usano per scomporre nello spazio di Fourier arbitrarie funzioni definite in uno spazio Cartesiano, così le armoniche sferiche servono a scomporre funzioni arbitrarie definite sulla superficie di una sfera. Se la funzione è la temperatura $T(\theta, \phi)$ della radiazione di fondo nella direzione del cielo identificata dagli angoli θ e ϕ , allora scriviamo

$$\delta T(\theta, \phi) \equiv T(\theta, \phi) - \langle T \rangle = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi)$$

dove

$$Y_{lm}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) \exp(i\phi)$$

con $P_l^m(\cos \theta)$ polinomi di Legendre. Le funzioni $Y_{lm}(\theta, \phi)$ sono ortogonali, anzi ortonormali

$$\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi Y_{l'm'}^*(\theta, \phi) Y_{lm}(\theta, \phi) = \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

dove l'asterisco indica il complesso coniugato e le delta sono di Krönecker. La densità di potenza dell'armonica di ordine l è detta

$$C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_m a_{lm}^2 = \langle |a_{lm}^2| \rangle$$

ed è l'analogo sferico dello spettro di potenza delle fluttuazioni, $P(k)$. Per $l = 1$ si ha il termine di dipolo ($\theta = 180^\circ$), quando $l = 2$ si ha il termine di quadrupolo ($\theta = 90^\circ$), per i termini superiori si ha $\theta \approx 60^\circ/l$.

7.3 Meccanismi di anisotropia in un universo FRW

La temperatura dei fotoni del CMB è influenzata da ogni altro campo accoppiato coi fotoni stessi. Nel nostro caso:

1. Gravità: $\phi(r)$ per red e blue shift gravitazionale
2. Densità: $\delta(r)$ per riscaldamento da compressione e raffreddamento da espansione.
3. Velocità: $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ per effetto Doppler (diffusione dei fotoni da parte di particelle in moto)

Gli effetti di queste interazioni sono dominanti sulla superficie di ultimo scattering, a distanza $r \approx 3000 \text{ Mpc}/h$ lungo la linea di vista. La fluttuazione globale di T nella direzione \mathbf{r} del cielo è la somma dei vari contributi. Poiché tali contributi sono indipendenti dalla frequenza, si possono distinguere dalle contaminazioni di foreground (galattiche ed extragalattiche).

7.3.1 Anisotropie primarie

Sono quelle che si originano sulla superficie di ultimo scattering, a $z \approx 10^3$. Interessano scale sia maggiori che minori dell'orizzonte cosmologico (ricordiamo che l'orizzonte cosmologico R_H alla ricombinazione corrisponde ad una scala angolare di circa un grado). I fotoni diffusi recano con sé l'impronta delle condizioni in cui la diffusione è avvenuta.

$R > R_H$: Velocità

La velocità si scompone nel contributo del moto della Terra e in quello proprio dei fotoni a $z = z_{dec}$:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{v}_\odot + \mathbf{v}_{dec}(\mathbf{r})$$

Su scale $R > R_H$ il secondo termine (fluttuazione di temperatura indotta da velocità peculiari sulla superficie di ultimo scattering) è trascurabile e resta solo il termine di effetto Doppler causato dal fatto che la Terra si muove (intorno al Sole, nella Galassia, nel Gruppo Locale) rispetto al sistema di riferimento *assoluto* in cui il CMB è perfettamente isotropo. Questo moto è la causa del termine di anisotropia di dipolo discusso all'inizio: come tale non ha origine primaria e non verrà discusso ulteriormente. Restano quindi le fluttuazioni di temperature dovute al potenziale gravitazionale e al campo di densità.

$R > R_H$: Gravità

i fotoni che sono subiscono il loro ultimo scattering dentro una buca di potenziale perdono energia per uscire dalla buca; quelli che sono diffusi da una cresta di potenziale uscendone acquistano energia; nel primo caso si ha un redshift, nel secondo un blueshift *gravitazionale*. Poiché temperatura, velocità quadratica e potenziale sono tutte forme di energia: $T \propto v^2 \propto \Phi$, si avrà

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\delta \Phi}{\Phi} = \frac{\phi}{c^2}$$

(ove Φ è il potenziale totale e ϕ la fluttuazione di potenziale); il fattore c^2 fa tornare le dimensioni.

$R > R_H$: Densità

Assumiamo per semplicità che le perturbazioni siano adiabatiche; allora le regioni sovradense sono più calde rispetto alla media ed i fotoni emessi sono spostati verso il blu. Il contrario (redshift) avviene invece per fotoni diffusi da regioni sottodense.

La relazione tra fluttuazioni di densità e di temperatura si ha ricordando che a $z \approx z_{dec}$ la densità di materia è molto superiore a quella della radiazione, e usando le seguenti relazioni tra i campi:

$$\rho \approx \rho_m \propto \lambda^{-3} \quad (7.1)$$

$$T \propto \lambda^{-1} \quad (7.2)$$

per cui

$$\rho \propto T^3 \quad \Rightarrow \quad \delta = \frac{3\delta T}{T}.$$

Considerando poi che una perturbazione di densità δ corrisponde ad una perturbazione nel potenziale:

$$\delta = -2 \frac{\phi}{c^2}$$

(relazione che compare nel limite Newtoniano della metrica della Relatività Generale) possiamo infine scrivere la perturbazione nel potenziale che corrisponde ad una data fluttuazione di densità:

$$\frac{3\delta T}{T} = -\frac{2\phi}{c^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta T}{T} = -\frac{2\phi}{3c^2}.$$

Poiché nel caso di perturbazioni adiabatiche le regioni sovradense sono anche minimi di potenziale e quelle sottodense sono creste di potenziale, gli effetti di red e blue-shift di gravità e densità tendono a cancellarsi, e la loro somma risulta:

$$\frac{\delta T(\phi + \delta)}{T} = \frac{\phi}{c^2} - \frac{2\phi}{3c^2} = \frac{\phi}{3c^2}.$$

Ovvero, la gravità vince sulla densità. Questo effetto combinato di gravità e densità è detto *effetto Sachs-Wolfe* o SW.

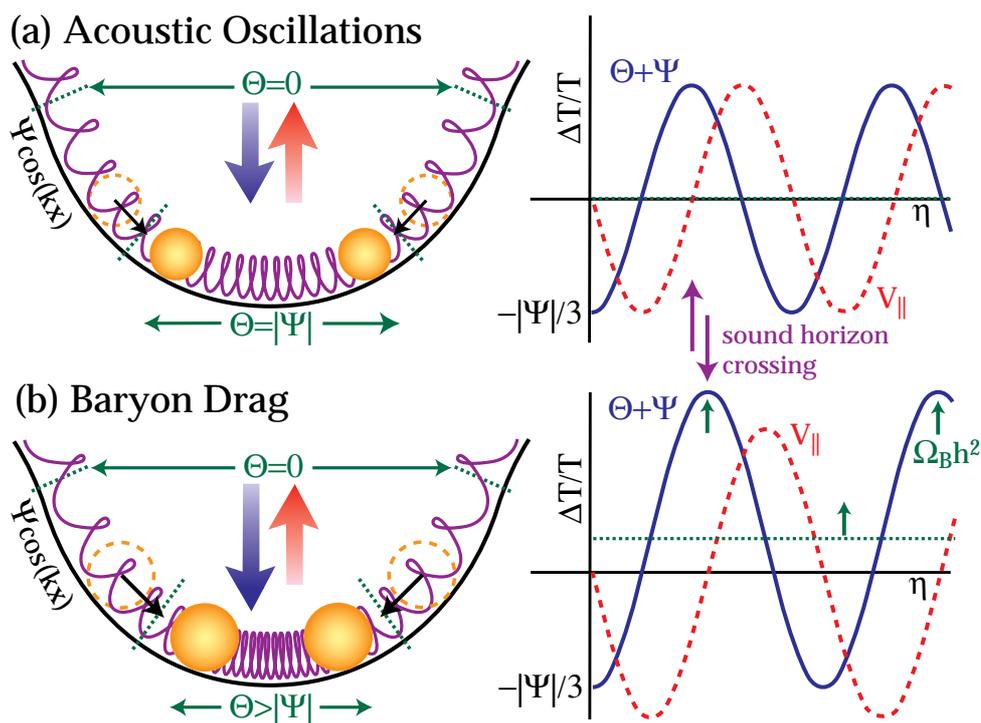


Figura 7.1: Oscillazioni acustiche (da Hu 1995). Il pannello superiore si riferisce al caso in cui $\Omega_b = 0$. Il pannello inferiore al caso realistico $\Omega_b \neq 0$.

$R < R_H$: Oscillazioni acustiche

Su scale dell'ordine o minori dell'orizzonte alla ricombinazione le fluttuazioni di ϕ , \mathbf{v} e δ hanno tempo di oscillare e questo dà luogo ai cosiddetti picchi acustici ad alte frequenze angolari ($l \gg 1$).

Il fluido di barioni e radiazione (BR) (accoppiato dallo scattering Thomson) sente l'attrazione delle perturbazioni di materia oscura (che già esistono perché la loro scala di Jeans è trascurabile). Da una parte l'attrazione gravitazionale della materia oscura (il termine ϕ) fa cadere il fluido BR nelle sue buche di potenziale; dall'altra il fluido cadendo diventa a sua volta sovradenso, e la sua pressione di radiazione crea una forza opposta che tende a respingerlo fuori dalla buca.

Questo processo è qualitativamente descritto da un oscillatore armonico. Le oscillazioni avvengono su tutte le scale entro l'orizzonte, e si traducono in variazioni di densità e quindi in variazioni di temperatura. Poiché la velocità di oscillazione è quella del suono, circa eguale per tutte le scale, all'istante fissato $z = z_{rec}$ oscillazioni su scale via via minori avranno compiuto un numero via via maggiore di oscillazioni dentro e fuori dalle buche di potenziale della materia oscura.

Consideriamo dapprima il comportamento del campo di densità. Andando dalle scale più grandi ($R \approx R_H$) verso le più piccole si giunge ad una prima scala che ha avuto tempo di compiere una mezza oscillazione e che a $z = z_{rec}$ si trova in fase di massima compressione nelle buche di potenziale (e quindi di massima rarefazione nelle creste di potenziale). Questa scala, corrispondente ad un massimo di $\delta T/T|_{RMS}$, è di poco minore alla scala dell'orizzonte alla ricombinazione, e corrisponde al primo picco nel contributo di δ allo spettro di potenza del CMB.

Ad una scala circa la metà di questa ci saranno fluttuazioni che hanno avuto il tempo di compiere un'oscillazione completa, e che quindi si trovano in fase di massima rarefazione nelle buche di potenziale, e di massima compressione nelle creste. Questa scala corrisponde al secondo picco acustico dovuto al campo δ .

I picchi successivi corrispondono a perturbazioni che hanno fatto un numero intero di mezze oscillazioni; in particolare, i picchi di ordine dispari corrispondono a fasi di massima compressione nelle buche di

potenziale, mentre i pari a fasi di massima rarefazione nella buche di potenziale.

Oltre alle oscillazioni della densità, vi sono anche oscillazioni di velocità, il cui effetto su $\delta T/T$ si somma in quadratura con le precedenti. Nel modello di oscillatore armonico (mostrato in Fig.7.1) il campo di velocità è sfasato di $\pi/2$ nel tempo rispetto a quello di densità; in particolare, gli istanti di minima e massima densità corrispondono a velocità nulle, mentre gli istanti di massima velocità corrispondono a densità uguali alla media, cioè a $\delta = 0$.

Se nel modello dell'oscillatore armonico ignorassimo il contributo gravitazionale dei barioni, allora gli effetti di densità e velocità su $\delta T/T$ sarebbero di egual ampiezza, e la loro somma in quadratura sarebbe un semplice $\cos^2(\theta) + \cos^2(\theta + \pi/2) = \text{costante}$: non ci sarebbero quindi picchi acustici (pannello in alto). In sostanza questa esprime il fatto che la somma di energia cinetica (dovuta alla velocità del fluido) e potenziale (dovuta alla compressione del fluido) è costante.

Il fatto che anche i barioni contribuiscano alla profondità della buca di potenziale (perché il loro contributo gravitazionale non è trascurabile) sposta questo bilancio di energie a favore di quella potenziale. Nella realtà quindi l'oscillatore armonico subirà una compressione maggiore (effetto di *baryon drag*) rispetto al caso precedente, e la somma in quadratura delle fluttuazioni di temperatura non sarà più costante (pannello in basso). I picchi acustici sono quindi la somma in quadratura dei picchi dovuti alle fluttuazioni di densità e di quelli dovuti alla velocità, di minore ampiezza e sfasati di $\pi/2$ rispetto ai primi.

7.3.2 Anisotropie secondarie

Sono quelle che si originano mentre i fotoni viaggiano dalla superficie di ultimo scattering fino a noi, quindi a $0 \leq z \leq 10^3$.

Dopo la ricombinazione i fotoni non interagiscono più con la materia per mezzo della diffusione Thomson, ma solo attraverso la gravità. L'insieme degli effetti gravitazionali si può descrivere con una variazione temporale del potenziale detto effetto ISW (Integrated Sachs-Wolfe):

$$\frac{\delta T}{T} = \int \dot{\phi}[r(t), T] dt$$

in cui $\dot{\phi}$ è la derivata di ϕ rispetto al tempo conforme $d\eta = dt/a(t)$ a posizione fissata, data da

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{d\eta}.$$

Quando un fotone entra in una buca di potenziale acquista energia, quando ne esce la cede. Nel caso di un potenziale statico, il bilancio energetico netto è zero ed il fotone esce con la stessa energia con la quale è entrato. Se però durante l'attraversamento della buca il potenziale cambia ($\rightarrow \dot{\phi} \neq 0$), il bilancio non si chiude più a zero, ma può dare un red- o blue-shift netto.

Ora, finché siamo in regime lineare il potenziale gravitazionale peculiare rimane costante nel tempo; questo accade perché la crescita delle sovradensità è esattamente bilanciata, nel potenziale, dall'espansione dell'universo; vediamo scrivendo l'eq. di Poisson:

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G a^2 \rho_b \delta$$

poiché $\rho_b \propto a^{-3}$, mentre $\delta \propto a$ (in quanto ad alto redshift è sempre $\Omega \approx 1$), l'andamento temporale globale è

$$\nabla^2 \phi \propto a^2 a^{-3} a \propto \text{cost};$$

come conseguenza l'ISW è zero finché le fluttuazioni di potenziale sono piccole ($\phi \ll 1$).

Ci sono invece tre casi in cui $\dot{\phi} \neq 0$:

1. **Early ISW.** Appena dopo la ricombinazione l'universo non è ancora completamente dominato dalla materia, quindi la radiazione fornisce un contributo non trascurabile al potenziale delle fluttuazioni di materia oscura: $\phi = \phi_{DM} + \phi_B + \phi_R$. La diffusione dei fotoni non più trattenuti dallo scattering Thomson provoca un decadimento netto di ϕ , per cui $\dot{\phi} < 0$, che a sua volta provoca un $\delta T/T < 0$

detto Early ISW. Qui il potenziale varia anche se siamo in regime lineare, perché la relazione sopra ottenuta non tiene conto della fuga dei fotoni. Poiché interessa scale dell'origine dell'orizzonte alla ricombinazione, l'effetto early ISW presenta un picco a valori di l dell'ordine di quelli del primo picco acustico.

2. **Late ISW.** Si verifica a $z \ll z_{rec}$ in universi con costante cosmologica. Se infatti $\Lambda > 0$, a basso redshift l'universo è dominato dall'energia del vuoto, quindi $\dot{\phi} \neq 0$. Tale effetto, detto late ISW, interessa grandi scale angolari ($l \rightarrow 0$) perché si riferisce a tutto l'universo a basso z . Qui il potenziale varia per la presenza di effetti non gravitazionali (quale appunto la costante cosmologica).
3. **Effetto Rees-Sciama.** Si verifica a $z \ll z_{rec}$. I fotoni che stanno entrando in una buca di potenziale che sta crescendo in modo non lineare (per esempio un protoammasso di galassie), escono con meno energia di quella di ingresso, e quindi subiscono un redshift netto. Se invece il potenziale sta decrescendo (come in un proto-vuoto), si ha un blueshift netto. Tale effetto è però molto più piccolo delle anisotropie primarie.

Gravitational lensing

L'effetto ISW è causato dalla spinta gravitazionale data ai fotoni in direzione parallela al loro moto. Ciò ne cambia l'energia ma non la direzione. Se invece la spinta viene data in senso perpendicolare al moto si ha un cambiamento di direzione, mentre al prim'ordine l'energia del fotone rimane invariata. Se una coppia di fotoni si muove verso l'osservatore formando inizialmente un angolo θ , a causa di questo effetto la coppia arriverà all'osservatore formando un angolo $\theta + \delta\theta$, con $\delta\theta/\theta \approx 0.1 - 0.2$. Questo è un effetto di gravitational lensing debole. L'effetto sullo spettro delle anisotropie del CMB è quello di "sfocare" le fluttuazioni, cioè di smussare sia i picchi sia le valli. Quantitativamente ci si aspetta che sia piccolo (poche unità per cento).

Effetti della reionizzazione

Dopo la ricombinazione l'universo rimane essenzialmente neutro. Tuttavia le osservazioni del mezzo intergalattico (IGM) ad alto redshift, fatte attraverso le righe di assorbimento dei QSO, ci mostrano che l'IGM a $z \approx 5$ è completamente ionizzato (assenza dell'effetto Gunn-Peterson). Questo dimostra che ad un'epoca compresa tra $z = 1000$ e $z = 5$ l'universo ha subito una nuova re-ionizzazione globale. Oltre a ciò, il fenomeno della reionizzazione può avvenire anche su scala locale, interessando regioni limitate dell'universo (per esempio un ammasso di galassie). In un universo di nuovo ionizzato i fotoni possono essere di nuovo influenzati dalla velocità e dalla sovradensità dei barioni, e cancellare le anisotropie di temperatura o crearne di nuove.

Effetti della reionizzazione locale I due principali effetti di reionizzazione locale avvengono negli ammassi di galassie; entrambi vanno sotto il nome di Effetto Sunyaev-Zeldovich (SZ).

1. Il primo di essi è dovuto alla velocità peculiare dell'ammasso e va sotto il nome di *effetto SZ cinematico*; se l'ammasso ha una velocità peculiare netta rispetto alla nostra linea di vista, la diffusione Thomson dei fotoni del CMB da parte degli elettroni liberi del plasma dell'ammasso produce un effetto Doppler che causa uno spostamento verso il blu o il rosso dei fotoni, a seconda che l'ammasso si avvicini o allontani da noi.
2. Indipendentemente dalla velocità peculiare dell'ammasso, l'alta temperatura degli elettroni liberi distorce lo spettro del CMB cedendo energia ai fotoni. Lo spostamento dello spettro di corpo nero del CMB verso energie maggiori appare come un'abbassamento di temperatura dei fotoni se osservato alle basse frequenze (microonde), e come un innalzamento di temperatura se osservato alle alte frequenze. Questo va sotto il nome di *Effetto SZ termico*.

L'importanza degli effetti SZ sullo spettro delle anisotropie del CMB non è stata ancora determinata, anche se ci si aspetta che sia piccola. L'effetto SZ ha invece applicazione nella misura della temperatura del gas intracluster (ICM) e della sua velocità peculiare.

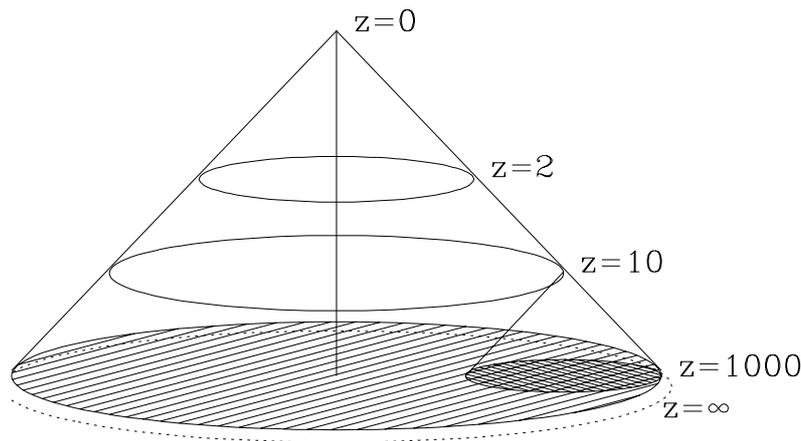


Figura 7.2: Cono luce (da Tegmark 1996): in assenza di reionizzazione un fotone del CMB diffuso sulla superficie di ultimo scattering, a $z = 1000$, ha una direzione di provenienza ben precisa (nell'esempio, il punto in basso a DX del cono luce). Se invece c'è una reionizzazione con conseguente ri-diffusione ad es. a $z = 10$, la direzione di provenienza originale viene cambiata, cosicché il fotone osservato a $z = 0$ potrebbe provenire da un qualsiasi punto della regione ombreggiata, che sottende un angolo θ_D . Questo corrisponde ad un rimescolamento delle fluttuazioni $\delta T/T$ su tutte le scale angolari $\theta < \theta_D$. Si noti come al variare del redshift di ri-diffusione varia la scala angolare sottesa dalla regione ombreggiata.

Effetti della reionizzazione globale Se l'universo è stato re-ionizzato ad un certo z_{re} , i fotoni del CMB avranno subito nuove diffusioni a $z < z_{re}$ prima di giungere all'osservatore. A causa di ciò, vedremo arrivare il fotone da una direzione diversa rispetto alla direzione originaria da cui era partito sulla superficie di ultima diffusione. Questo rimescolamento dei fotoni del CMB avviene su scale angolari pari a quella dell'orizzonte nel momento della diffusione.

Poiché la scala angolare sottesa dall'orizzonte cosmologico cresce al diminuire del redshift (oggi per es. l'orizzonte corrisponde a 360 gradi!), le scale coinvolte saranno tanto maggiori quanto minore è il redshift di diffusione. D'altra parte, la densità di materia e radiazione nell'universo diminuisce al passare del tempo, cosicché la probabilità di diffusione tra un fotone ed un elettrone a basso redshift è molto minore che ad alto redshift. Questo secondo vincolo pone un limite al minimo redshift possibile affinché una reionizzazione globale sia efficace nel cancellare le anisotropie del CMB: $z > 30 - 50$, corrispondente ad una scala angolare per l'orizzonte di circa 8 gradi. L'effetto della reionizzazione è quindi di diminuire o dissipare la potenza al massimo per $l > 10$, mentre quella su grandi scale rimane invariata in ogni caso.

7.4 Dipendenza dai parametri cosmologici

Il calcolo esatto dello spettro di potenza del CMB viene fatto costruendo un modello di universo (con parametri fissati) e seguendo in esso l'evoluzione della funzione di distribuzione dei fotoni (cioè integrando l'equazione di Boltzmann). Vi sono molti spettri disponibili in letteratura per ogni variazione dei parametri cosmologici.

In tutti i casi esistono però alcune caratteristiche fondamentali (mostrate in Fig.7.3), la cui determinazione permette di stimare il valore dei parametri cosmologici. Le dipendenze principali sono le seguenti:

- Se Ω_0 diminuisce, la scala angolare corrispondente ad una data scala fisica decresce e perciò si sposta verso l maggiori.
- Se H_0 diminuisce, la distanza di ultimo scattering cresce, e l'angolo sotteso decresce (fig. 7.5) e si sposta ad l maggiori.

Perciò le caratteristiche di $(\delta T/T)^2$ vanno verso l maggiori (scale minori) in universi aperti e per piccoli H_0 .

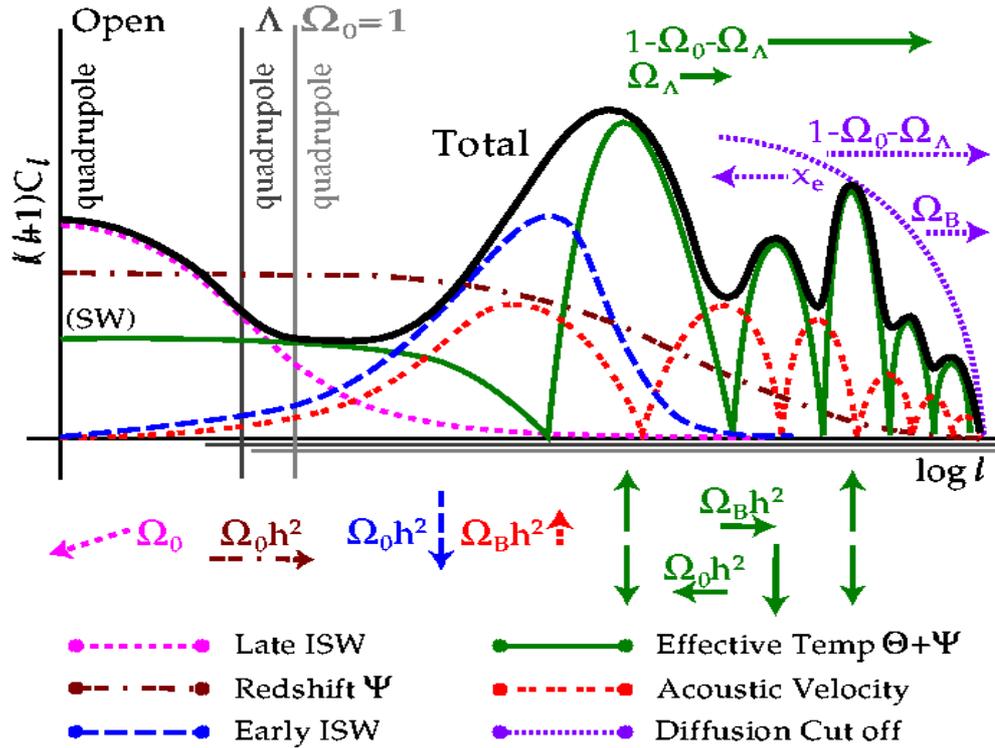


Figura 7.3: Spettro totale delle anisotropie del CMB (da Hu 1995).

- Abbiamo visto come nel caso $\Omega_b = 0$ non ci sia baryon drag e quindi manchino i picchi acustici. Se invece $\Omega_b \neq 0$, al crescere di Ω_b cresce anche la massa effettiva della perturbazione (cioè del fluido BR); questo contribuisce ad aumentare il potenziale totale ϕ , aumentando il $\delta T/T$ dovuto alle compressioni e diminuendo quello dovuto alle rarefazioni nelle buche di potenziale (come spiegato in precedenza). Di conseguenza al crescere di Ω_b aumenta l'ampiezza dei picchi dispari e diminuisce quella relativa dei picchi pari nello spettro (Fig.7.4).
- Se $\Lambda \neq 0$ aumenta il $\delta T/T$ a $l \rightarrow 0$ (late ISW).
- Se n (indice spettrale di $P(n)$) cresce, esiste più potenza su piccole scale e quindi aumenta il $\delta T/T$ per l grandi (piccole scale).

7.5 Bibliografia

Home Page di W.Hu: <http://background.uchicago.edu/~whu/physics/physics.html>

N.J. Cornish, 2001 PhRvD, 63, 7302

W.Hu, N.Sugiyama, J.Silk, Nature 386 37-43 (1997)

W.Hu e M.White, ApJ 471, 30 (1996)

C.H.Lineweaver, in Proceedings of the International School in Astrophysics: "From Quantum Fluctuations to Cosmological Structures", Casablanca, Morocco, December 1 - 10, 1996. (astro-ph 9702042)

D.Scott, J.Silk & M.White, S., Nature, 1995 vol 268, p. 829

M.Tegmark, in Proceeding of the Enrico Fermi School, Course CXXXII, Varenna, 1995. (astro-ph 9511148)

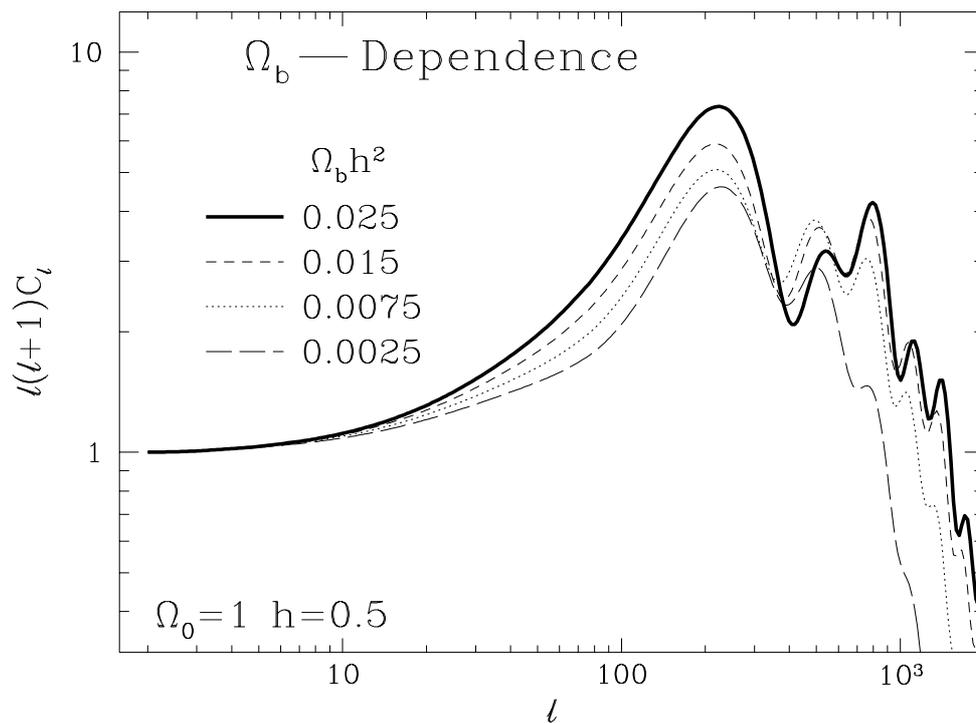


Figura 7.4: Variazione dello spettro al variare di Ω_b (da Hu 1995).

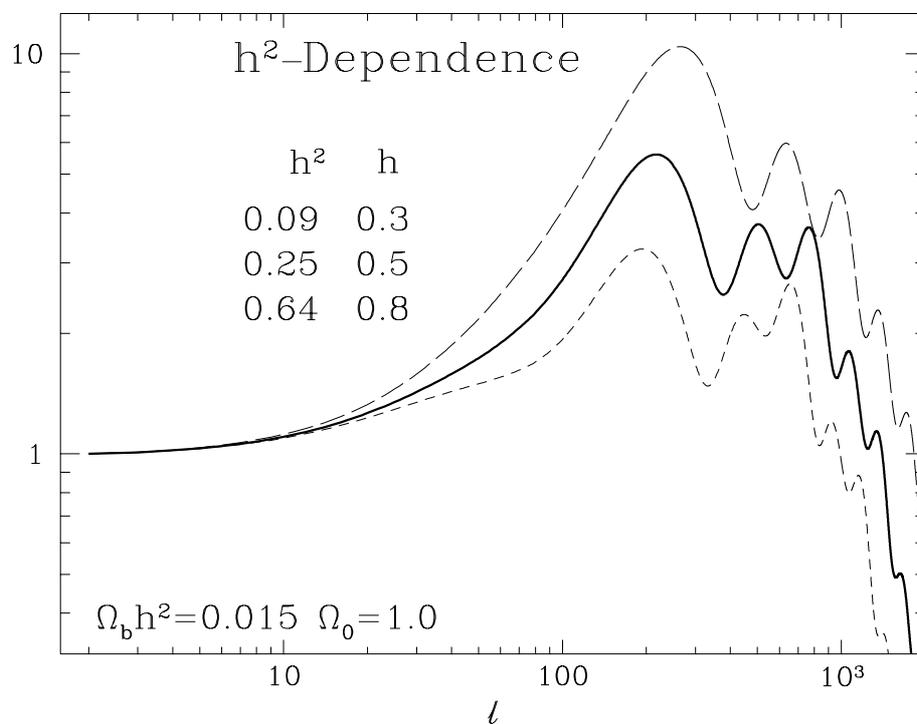


Figura 7.5: Variazione dello spettro al variare di H_0 . Le curve dall'alto verso il basso corrispondono ai valori di h dall'alto verso il basso. (da Hu 1995).